

Стохастическое Моделирование

12 декабря 2011 г.

Acceptance-Rejection Method

Пусть случайная величина X распределена с PDF $f(x)$. Необходимо получить выборку из N элементов из распределения.

Пусть существует функция $g(x)$, которую известно как семплировать (например равномерная $g(x) = const$, или нормальное распределение $g(x) = N(x|\mu, \sigma^2)$), такая что на всем интервале $f(x) \leq Mg(x)$, где $M \geq 1$.

Algorithm:

1. set $n = 0$
2. generate random $x \leftarrow g(x)$
3. generate random $u \leftarrow U(0, 1)$ - uniform distribution on $[0, 1]$
4. if $u < f(x)/Mg(x)$ "accept set $x_n = x$, $n = n + 1$, else "reject"
5. if $n < N$ go to Step 2, else return $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$

The Metropolis-Hastings Algorithm

Пусть необходимо получить выборку из N элементов распределения с PDF $p(x)$, где $p(x)$ может быть ненормированным или нормировку сложно подсчитать. Пусть существует "начальное" распределение $Q(x_1, x_2)$, например можно взять нормальное $N(x_1|x_2, \sigma^2)$

Algorithm

1. select initial value x_0 , set $n = 0$
2. generate "candidate" point $x^* \leftarrow Q(x^*, x_n)$
3. calculate $\alpha(x^*, x_n) = \frac{p(x^*)Q(x_n, x^*)}{p(x_n)Q(x^*, x_n)}$
4. generate random $u \leftarrow U(0, 1)$
5. if $u \leq \alpha(x^*, x_n)$, set $x_{n+1} = x^*$, else set $x_{n+1} = x_n$
6. $n = n + 1$
7. if $n < N$ go to Step 2, else return $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$